ຫ້ອງປິດສອບເສັງທຶນການສຶກສາລັດຖະບານຍີ່ປຸ່ນ (MEXT) ສົກຮຽນປີ 2020

ຄຳຖາມສອບເສັງ

ລະດັບ ປະລິນຍາຕີ

ວິຊາຄະນິດສາດ (A)

ໝາຍເຫດ: ເວລາ **60 ນາທີ**

(2020)

ວິຊາຄະນິດສາດ (A)

ສັນຊາດ		ເລກທີ	
ຊື່	(ຂຽນຊື່ແທ້ ແລະ ນາມສະກຸນ, ຂີດກ້ອງນາມສະກຸນ)		

ຄະແນນ	

1. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ ແລ້ວຕື່ມຄຳຕອບໃສ່ຫ້ອງຫວ່າງດັ່ງກ່າວໃນເຈ້ຍຄຳຕອບ.

(1) ສຳລັບກຸ່ມ A, B ແລະ C, ກຳນົດໃຫ້ $C \subset A$. ຈຳນວນອົງປະກອບໃນກຸ່ມ A ແມ່ນເທົ່າກັບ 66, ໃນກຸ່ມ A ແຕ່ບໍ່ຢູ່ໃນກຸ່ມ C ແມ່ນເທົ່າກັບ 47, ໃນກຸ່ມ B ແຕ່ບໍ່ຢູ່ໃນກຸ່ມ C ແມ່ນເທົ່າກັບ 42, ໃນກຸ່ມ C ແຕ່ບໍ່ຢູ່ໃນກຸ່ມ B ແມ່ນເທົ່າກັບ 8, ໃນກຸ່ມ A ແຕ່ບໍ່ຢູ່ໃນທັງກຸ່ມ B ຫຼື C ແມ່ນເທົ່າກັບ 31. ສະນັ້ນ, ຈຳນວນອົງປະກອບທີ່ນອນຢູ່ໃນກຸ່ມ A, B ຫຼື C ແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-1]}$.

(2) ພິຈາລະນາເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາ $y = x^2$ ໃນແຜ່ນພຽງ xy. ໄລຍະຫ່າງທີ່ໜ້ອຍທີ່ສຸດລະຫວ່າງເມັດ $(0; 4)$ ເທິງແກນ y ແລະ ເມັດເທິງເສັ້ນສະແດງແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-2]}$. ຈົ່ງຖອນຮາກອອກຈາກພູດ.

(3) ພິຈາລະນາເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາ $y = 2x^2 - 6x + 2$ ໃນແຜ່ນພຽງ xy. ຖັດຈາກນັ້ນ, ພິຈາລະນາອີກເສັ້ນສະແດງໜຶ່ງທີ່ເຄິ່ງຄືກັບເສັ້ນສະແດງກ່ອນ ໂດຍທຽບໃສ່ເສັ້ນຊື່ $x = 2$. ເສັ້ນສະແດງທີ່ເຄິ່ງຄືກັບເສັ້ນສະແດງຖັດມາ ໂດຍທຽບໃສ່ເສັ້ນຊື່ $y = 3$ ແມ່ນກຳນົດດ້ວຍ

$$y = a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

ສະນັ້ນ, ເຮົາໄດ້ $a_2 = \boxed{[1-3]}$, $a_1 = \boxed{[1-4]}$ ແລະ $a_0 = \boxed{[1-5]}$.

(4) ໃຫ້ x ແລະ y ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ. ວາງໃຫ້ $x + y$ ເປັນທະວີຄູນຂອງ 2, $x + 4y \leq 17$ ແລະ $3x + 2y \leq 21$. ເຮົາໄດ້ $x + 2y$ ເປັນຄ່າໃຫຍ່ສຸດເມື່ອ $x = \boxed{[1-6]}$ ແລະ $y = \boxed{[1-7]}$. ຄ່າໃຫຍ່ສຸດແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-8]}$.

(5) ພິຈາລະນາສອງເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາ $y = \frac{1}{8}x^2 - 2$ ແລະ $y = \frac{1}{2}x^2 - 8$ ໃນແຜ່ນພຽງ xy. ເຮົາສະແດງເສັ້ນຕິດຮ່ວມຂອງສອງເສັ້ນສະແດງໃນແຜ່ນພຽງ xy ດັ່ງນີ້:

$$y = a_1x + a_0.$$

ວາງໃຫ້ຕົວປະສານ x ຂອງທັງສອງເມັດຕິດນັ້ນເປັນຈຳນວນບວກ. ສະນັ້ນ, ເຮົາໄດ້ $a_1 = \boxed{[1-9]}$ ແລະ $a_0 = \boxed{[1-10]}$.

(6) ເມື່ອເຮົາວາງໃຫ້ $t = \cos x$ ສຳລັບຕຳລາ $f(x) = \cos 2x + \cos 3x$, $f(x)$ ມີສຳນວນຕາມ t ດັ່ງນີ້:

$$\boxed{[1-11]}t^3 + \boxed{[1-12]}t^2 + \boxed{[1-13]}t + \boxed{[1-14]}.$$

(7) ສຳລັບກຸ່ມ $A = \{2; 3; 5\}$, ເຮົາສຸ່ມເລືອກເອົາອົງປະກອບຢູ່ໃນ A ສາມເທື່ອ. ໃຫ້ B_k ເປັນຕົວເລກໃດໜຶ່ງຂອງການສຸ່ມຄັ້ງທີ K ໃນການສຸ່ມສາມເທື່ອນັ້ນ ແລະ ໃຫ້ $C = B_1 \times B_2 \times B_3$ ເປັນຜົນຄູນຂອງ $\{B_i\}$. ຄ່າກະຕວງທີ່ວ່າ C ເປັນເລກຄີກແມ່ນເທົ່າກັບ $\frac{\boxed{[1-15]}}{27}$ ແລະ ຄ່າກະຕວງທີ່ວ່າ C ເປັນທະວີຄູຂອງ 5 ແມ່ນເທົ່າກັບ $\frac{\boxed{[1-16]}}{27}$.

(8) ຕຳລາ $f(x) = x(x-6)^2$ ມີຄ່າໜ້ອຍສຸດ ແລະ ຄ່າໃຫ່ຍສຸດຢູ່ທີ່ $\boxed{[1-17]}$ ແລະ $\boxed{[1-18]}$ ຕາມລຳດັບ ເມື່ອ $\boxed{[1-17]} < \boxed{[1-18]}$. ຖ້າເຮົາກຳນົດໃຫ້ $g(x) = |f(x)|$ ແລະ ພິຈາລະນາຈຳນວນຂອງໃຈຜົນຈິງທີ່ຕ່າງກັນຂອງສົມຜົນ $g(x) = a$ ຂອງ x ໂດຍອີງຕາມຈຳນວນຄົງຄ່າ a, ສະນັ້ນ, ຄ່າໃຫ່ຍສຸດຂອງໃຈຜົນຈິງແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-19]}$.

(9) ສຳລັບຂໍ້ມູນແປດຕົວ $1; 1; 3; 5; 6; 8; 9; 15$, ຄ່າສະເລ່ຍຕົວຢ່າງແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-20]}$. ຖ້າເຮົາການົດໃຫ້ຄ່າບ່ຽງເບນເທົ່າກັບຜົນລົບຂອງຂໍ້ມູນແຕ່ລະຕົວຈາກຄ່າສະເລ່ຍຕົວຢ່າງ, ຜົນບວກຂອງກຳລັງສອງຂອງຄ່າບ່ຽງເບນແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-21]}$ ແລະ ຄ່າສະເລ່ຍແມ່ນເທົ່າກັບ $\boxed{[1-22]}$.

2. ໃຫ້ສອງເມັດ B ແລະ C ຢູ່ເທິງເສັ້ນວົງຮອບຂອງວົງມົນ ເຊິ່ງມີເມັດໃຈກາງໝາຍດ້ວຍ O. ວາງໃຫ້ສາມເມັດ O, B ແລະ C ບໍ່ນອນໃນເສັ້ນຊື່ດຽວກັນ. ພິຈາລະນາເສັ້ນຊື່ໜຶ່ງທີ່ຕິດກັບເສັ້ນວົງຮອບຂອງວົງມົນຢູ່ເມັດ B. ກຳນົດໃຫ້ເມັດ A ຢູ່ເທິງເສັ້ນຕິດ ເຊິ່ງວ່າ $\angle ABC > \frac{\pi}{2}$. ນອກຈາກນີ້, ເສັ້ນຊື່ CA ເປັນເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມຸມຂອງມຸມ $\angle BAO$ ແລະ $\angle BCO$. ກຳນົດໃຫ້ລວງຍາວຂອງຂອບ AB ແລະ CB ເທົ່າກັບ 2 ແລະ 1 ຕາມລຳດັບ. ວາງເມັດຕັດກັນຂອງເສັ້ນຊື່ OB ແລະ CA ດ້ວຍເມັດ D. ວາງລວງຍາວຂອງຂອບ BD ແລະ OD ດ້ວຍ x ແລະ y ຕາມລຳດັບ. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ ແລ້ວຕື່ມຄຳຕອບໃສ່ຫ້ອງຫວ່າງດັ່ງກ່າວໃນເຈ້ຍຄຳຕອບ. ຄວນຂຽນຄຳຕອບໃຫ້ເປັນເລກຊັດເຈນທີ່ສຸດເທົ່າທີ່ເປັນໄປໄດ້.

(1) ຈາກການກຳນົດທີ່ວ່າຂອບ AD ເປັນເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມຸມຂອງ $\angle BAO$, ລວງຍາວຂອງ OA ແມ່ນສະແດງດ້ວຍ $\boxed{[2-1]}$ ໂດຍການໃຊ້ x, y.

(2) ຈາກການກຳນົດທີ່ວ່າຂອບ CD ເປັນເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມຸມຂອງ $\angle BCO$, y ແມ່ນສະແດງດ້ວຍ $\boxed{[2-2]}$ ໂດຍການໃຊ້ x.

(3) ເພາະສະນັ້ນ, ເຮົາມີ

$$x = 4 - \boxed{[2-3]},$$
$$y = \frac{\boxed{[2-4]}}{3} - 4.$$

3. ເຮົາແບ່ງອັນດັບຂອງຈຳນວນທຳມະຊາດ 1,2,3, ... ດັ່ງນີ້:

$$\underbrace{\;1\;}_{\text{ກຸ່ມທີ 1}} \;\Big|\; \underbrace{\;2,3,4\;}_{\text{ກຸ່ມທີ 2}} \;\Big|\; \underbrace{\;5,6,7,8,9,\;}_{\text{ກຸ່ມທີ 3}} \;\Big|\; \ldots$$

ໃນທີ່ນີ້, ກຸ່ມທີ n ($n = 1,2,3, \ldots$) ມີ $(2n-1)$ ອົງປະກອບ. ໃຫ້ a_n ເປັນຈຳນວນທຳອິດຂອງກຸ່ມທີ n ແລະ ໃຫ້ S_n ເປັນຜົນບວກທັງໝົດຂອງຈຳນວນໃນກຸ່ມທີ n. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ກ່ຽວກັບອັນດັບ $\{a_n\}, \{S_n\}$.

(1) ສຳລັບອັນດັບ $\{a_n\}$, ພົດທີ n ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$a_n = \boxed{[3-1]}\,n^3 + \boxed{[3-2]}\,n^2 + \boxed{[3-3]}\,n + \boxed{[3-4]}.$$

(2) 2678 ແມ່ນຢູ່ໃນກຸ່ມທີ $\boxed{[3-5]}$ ແລະ ຢູ່ໃນກຸ່ມນັ້ນ, ຈຳນວນດັ່ງກ່າວແມ່ນພົດທີ $\boxed{[3-6]}$.

(3) ສຳລັບອັນດັບ $\{S_n\}$, ພົດທີ n ແມ່ນເທົ່າກັບ

$$S_n = \boxed{[3-7]}\,n^3 + \boxed{[3-8]}\,n^2 + \boxed{[3-9]}\,n + \boxed{[3-10]}.$$